

汤志高, 谢冰, 于琳

指导: 梁希泉、曹华林^[2]

([1]青岛科技大学数理学院, 青岛 266061)

([2]海军航空工程学院(青岛)航空机械系, 青岛 266041)

摘要: 本文针对货车编组问题,采用半分离式两阶段 0-1 线性规划模型对各阶段联合求解,对局部最优解采用调度时序图可视化表述。首先,对无、有调车辆分离,无调车采用启发式安排。有调车推峰顺序可以转化为零件加工问题,以驼峰总工作量最大、等待时间最小为目标建立模型 I。列车解体时间与解体方向数成正比增长,但在未确定具体解体方案时无法确定(即模型 I 的独立),我们通过模型 II 中对解体时间模糊化处理两步独立的缺陷,从而达到两步规划的连续特性。车辆新编,决策变量属于多维结构,本文通过将多维稀疏变量转化为一维序列,有效解除其稀疏特性,形成二维决策变量建立规划模型 II 直接求解。其次,通过仿真创建模拟数据,运用主模型求解,得到了驼峰是编组站主要瓶颈的结论。最后,我们还对铁路资源的紧缺性、编组效率建模给出了较详细改进措施。

关键字: 0-1 线性规划 列车编组 调度时序图

1 关键假设

- [1] 初时刻, 编组场中没有车辆;
- [2] 不考虑所有车辆装卸货物问题;
- [3] 在解体、编组、集结过程中不存在列车相撞;
- [4] 驼峰作业采用双推双溜制;
- [5] 到达列车中所有车辆按照由远到近排列。

2 符号约定

β —— 最大等待时间;

x_{ij} —— 表示第 j 列货车是否在第 i 条驼峰轨迹线上解体的 0-1 变量;

f_{ij} —— 重新编组成的第 i 列车是否由第 j 组车辆组成的 0-1 变量;

K_{ij} —— 自由变量, 从第 $j-1$ 列车解体后到第 j 列车解体前驼峰空闲时间;

3 模型 I

3.1 时间转换

为了方便数据处理, 统一将时刻转换为分钟数。

附件 2 中给出了编组站某天 6:00 车站内存放的货车数量, 这些车为前一天编组结束后剩余未进行编组的货车, 在下一天必定优先进行解、编等处理, 因此将第 360 分钟作为时间转换的起始时刻。

先将各货车到站时刻 B_j 都转化为分钟单位, 再与起始时间 360 分钟作差, 所得 A_j 即为转换后对应时间: $A_j = B_j - 360$

3.2 目标分析

从实际考虑, 在每个车组从停靠在到达场到驶入编组场的过程中, 以驼峰解体的车流量最大、等待时间最短为目标。

首先, 引入 0-1 变量 x_{ij} 表示第 j 列货车是否在第 i 个驼峰区解体:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{第 } j \text{ 列货车在第 } i \text{ 个驼峰区解体} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

目标一：车流量最大

每个到达场有两条线路经驼峰区与相应的编组场相连，以两条线路的解体车辆数最大，即车流量最大为目标：

$$\text{Max} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (1.1)$$

目标二：最长等待时间最短

题中要求每辆车的中时最小且一般不超过 8 小时，而每辆车的解体时间基本确定，影响中时的时间只有在到达场的停留时间与编组场的编组时间。现将两者分开考虑。

因有列车正在驼峰解体，其他列车才会在各自的到达场停靠，所以停靠时间是一个变量，其大小由驼峰区解体列车的繁忙程度决定，驼峰的解体时间越短列车的停靠时间越短。为此，引入一个自由变量 K_{ij} 表示在第 i 条驼峰轨道线上前一列车解体完成时刻与第 j 列车解体开始时刻的间隔时间。同时， K_{ij} 的大小也表示驼峰的空闲时间。

因此，可以将每列车解体之前的等待时间作为衡量中时大小的一个指标。为从整体上减少每列车的等待时间，需要通过被解体列车中最长等待时间的最小来限制。

首先，令 T_j 表示第 j 列车在驼峰轨道线上的解体时间， $(j-1)$ 列车的解体时间与其等待时间的总和为：

$$\sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_k + K_{ik})$$

然后，令 A_j 表示第 j 列车的到站时间，该车的解体完成时间等于该车的解体时间加上前面所有列车的解体工作时间（包括解体时间、驼峰空闲时间）。则第 j 列车的等待时间等于该车的解体完成时间与其到站时间作差，即：

$$\sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_k + K_{ik}) + x_{ij} T_j - A_j$$

则被解体列车中最长等待时间的最小值表达式为：

$$\text{Min} \text{Max}_{j=1}^n \sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_k + K_{ik}) + x_{ij} T_j - A_j \quad (1.2)$$

由于目标函数(1.2)属于非线性、计算规模非常大，所以引入一个常数 β 表示被解体列车的最大等待时间，将目标转化为约束。这样处理有几点好处：

1. 常数 β 值的设定，可以更好的人为控制；
2. 非线性问题转化成线性约束，大量减少计算的时间复杂度。

任何一辆解体列车的等待时间都不超过最大等待时间 β ，表达式如下：

$$\sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_k + K_{ik}) + x_{ij} T_j - A_j \leq \beta$$
$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

其中，常数 β 通过计算机求解确定。按照适当的步长从小到大逐渐增加 β ，使第 j 列货车的等待时间增大，直至可以搜索到所有解体列车中等待时间的最大值结束。此时的 β 值即为所求。

3.3 约束分析

1) 解体次数约束

每列车的解体次数不超过 1：

$$\sum_{i=1}^2 x_{ij} \leq 1 \quad (1.3)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

2) 解体顺序约束

基于以上对列车排序的讨论，依照列车先到先解原则，两条驼峰轨道线上按照列车到站时间的先后顺序进行解体工作：

$$\sum_{i=1}^2 x_{ij} \geq \sum_{i=1}^2 x_{i,j+1} \quad (1.4)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n-1)$$

3) 时限约束

在全天（白班、夜班）的研究时间范围内，每条驼峰轨道线上的工作时间不超过 24 小时或 1440 分钟：

$$\sum_j^n (x_{ij} T_j + K_{ij}) \leq 1440 \quad (1.5)$$

$$(i = 1, 2)$$

每列车被解体必须在前一列车解体完后才能推峰：

$$\sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_k + K_{ik}) \geq A_j \quad (1.6)$$

$$(i = 1, 2; j = 2, \dots, n)$$

显然，多数时候自由变量 $K_{ik} = 0$ ，因为只有第 i 个驼峰解体完后下一解体列车还未到达达场时， K_{ik} 才会取非零值来填充。

结合目标分析，通过 β 取合适的值可以保证一般要求列车在到达场停留时间最多不得超两个时段：

$$\sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_{ik} + K_{ik}) + x_{ij} T_j - A_j \leq \beta \quad (1.7)$$

$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

3.4 模型建立

基于以上分析，以货车流量最大为目标，以(1.3)~(1.7)为约束，建立 0-1 规划模型，该模型对上行线、下行线都适用。表达式如下：

$$\text{Max} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^2 x_{ij} \leq 1 & j = 1, 2, \dots, n & (1.3) \\ \sum_{i=1}^2 x_{ij} \geq \sum_{i=1}^2 x_{i,j+1} & j = 1, 2, \dots, n-1 & (1.4) \\ \sum_j^n (x_{ij} T_j + K_{ij}) \leq 1440 & i = 1, 2 & (1.5) \\ \sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_k + K_{ij}) \geq A_j & i = 1, 2; j = 2, \dots, n & (1.6) \\ \sum_{k=1}^{j-1} (x_{ik} T_{ik} + K_{ik}) + x_{ij} T_j - A_j \leq \beta & i = 1, 2; j = 2, \dots, n & (1.7) \\ x_{ij} \in \{0, 1\}; K_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

变量说明:

- x_{ij} —— 0-1 变量, 表示第 j 列货车是否在第 i 条驼峰轨迹线上解体;
- T_j —— 第 j 列车的解体时间;
- A_j —— 第 j 列车的到站时间;
- K_{ij} —— 自由变量, 驼峰的空闲时间
- β —— 常数, 表示最大等待时间, 详见 5.6 目标分析

3.5 模型求解

3.5.1 求解软件及方法

模型 I 可以采用 Lingo 软件直接编写模型来求解, 求解得到下表推峰顺序 (其中不含无调车列)。

表 1: 列车解体顺序表

上行	驼峰 1	SD1,SD5,SD6,SD8,SD9,S2,S4,S6,S9,S10,S11,S14,S15,S18,S19,S21,S23,S24,S33,S35,S37,S40,S48,S51,S53,S58,S66,S69,S71,S73,S75,S80,S81,S83
	驼峰 2	SD2,SD3,SD4,SD7,SD10,S3,S8,S12,S16,S17,S20,S22,S30,S32,S34,S46,S47,S49,S52,S54,S55,S56,S57,S59,S60,S61,S62,S63,S64,S78,S79,S82,S84
下行	驼峰 1	XD1,XD5,XD8,XD9,X3,X6,X10,X11,X14,X15,X16,X18,X19,X20,X21,X22,X23,X24,X30,X33,X34,X37,X46,X49,X53,X54,X60,X62,X75,X78,X79
	驼峰 2	XD2,XD3,XD4,XD6,X2,X4,X8,X9,X12,X17,X32,X35,X40,X47,X48,X51,X52,X55,X56,X57,X58,X59,X61,X63,X64,X66,X69,X71,X73,X80

上行: 最晚推峰等待时间 130 分钟。

下行: 最晚推峰等待时间 100 分钟。

3.5.2 无调车方案(略)

4 模型 II

4.1 稀疏多维关系转换

车辆新编的变量有 3 个: 新编列车、每组车辆及车辆所在的编组轨道线。一列新编列车的属性需要三维稀疏变量表示, 决策变量显然需要四维, 这样难解。因此考虑简化变量之间的关系, 解除多维空间的不便与难解性。

在建立虚拟车组时空分布图的基础上对车组进行编号, 具体步骤:

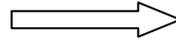
- 1) 通过模型 I 对车流推算, 记录每组车辆的信息——到达编组的时间、到站点、重车或空车、重量。

- 2) 针对 4 个去向中的每一到站，按照站点由远及近的顺序形成虚拟横列式平行线。
- 3) 根据车辆到达站信息，按照时间先后原则，将终点站相同的所有车辆分到相应线路上；
- 4) 将每组车抽象成点，这些点在虚拟线路上共同形成了时空分布图，则每个点的位置代表了其到达编组场的时间；
- 5) 结合虚拟时空分布图，先对 E_1 虚拟线路上的车组编号，紧接着再对 E_2 线路上的车组编号，依次类推，直到 E_8 线路上的列车编号完成为止。

转化图如下：

站点	(站点编号, 车组号)					
E_1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)		...
E_2		(2,1)	(2,2)		(2,3)	...
E_3	(3,1)	(3,2)		(3,3)		...

图 1 车组在各站点线上的分布情况



站点	车组编号					
E_1	1	2	3	4		...
E_2		5	6		7	...
E_3	8	9		10		...

图 2 虚拟车组时空分布图

上图表现了车组的编号过程，每一列表格内车组的最晚到达编组站的时间相等，如第 2、5、9 号车组。

4.2 目标分析

引入决策变量 f_{ij} 表示重新编组成的第 i 列车是否由第 j 组车辆（一辆或同方向的若干辆）组成：

$$f_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{第 } i \text{ 列新编列车是否由第 } j \text{ 组车辆组成} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

目标一：总流量最大

在一定时间内，离开编组场的车辆越多，编组场内车辆的等待时间越短，从而该时间段内的工作效率越高。因此，以在 24 小时内编组车辆的总流量最大为目标：

$$\text{Max} \sum_i \sum_j f_{ij} \quad (2.1)$$

目标二：编组中时最小

从时间方面考虑，我们将每辆车在编组场内的集结等待的时间称为**编组中时**，它作为“中时”的一部分，显然越短越好。因此，确立目标为所有列车中最大的等待时间最小。此时，目标非线性、计算规模非常大。

按模型 I 思想，引入常数 β 表示列车在编组场的最大等待时间，将目标转化为约束。

1. 常数 β 值的设定，可以更好的人为控制；
2. 非线性问题转化成线性约束，大量减少计算时间复杂度。

基于以上对多维稀疏转换的分析，通过人为控制的 β 值，可以最大限度的控制列车的编组中时。因此，以车组的选取情况体现每辆车的中时（详细讨论见约束分析）：

$$\begin{cases} f_{ij} + f_{ik} \leq 1 & k > j \text{ 且 } t_k < t_j \\ f_{ij} + f_{ik} \leq 1 & k > j \text{ 且 } t_k - t_j \geq \beta \end{cases}$$

其中，常数 β 通过计算机求解确定。按照适当的步长从小到大逐渐增加 β ，只要模型存在可行解，此时的 β 值即为所求。

4.3 约束分析

1) 新编列车总长、总节数约束

新编列车的总长最多不超过 70 辆：

$$\sum_j f_{ij} m_j \leq 70 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.2)$$

新编列车的总重不超过 4800T:

$$\sum_j f_{ij} w_j \leq 4800 \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.3)$$

其中, m_j 、 w_j 分别表示第 j 组车的车辆数、第 j 组车的重量。

2) 解体时间模糊化界限约束

基于以上对稀疏多维关系转换分析, 以编号为 k 、 j 的两个车组为研究对象, 对不能编组到同一列新车的两组车辆进行约束。

不妨令 $k > j$, 此时存在两种可能: 第 k 组车辆与第 j 组车辆属于同一列新车, 此时第 k 组车辆必定在第 j 组车辆的后面; 否则两组车辆分别组成两列不同的新车。

令 t_j 表示第 j 组车辆最晚到达编组场的时刻。

$$\textcircled{1} t_k < t_j$$

第 k 组车比第 j 组车早到编组场, 在 $k > j$ 的前提下第 k 组车与第 j 组车不会编组为一列车, 即对于同一列新车 i , f_{ij} 与 f_{ik} 不能同时取 1:

$$f_{ij} + f_{ik} \leq 1 \quad k > j \text{ 且 } t_k < t_j$$

但是在实际分解时每列车按顺序过驼峰, 解体过程是个时间段, 而我们并不知道各车辆的具体顺序, 所以可以在约束中加入控制常量 α , 使得在 α 时间段内车组能够顺利交叉溜放:

$$f_{ij} + f_{ik} \leq 1 \quad k > j \text{ 且 } t_k < t_j - \alpha \quad (2.4)$$

$$\textcircled{2} t_k > t_j$$

第 k 组车比第 j 组车晚到编组场, 但间隔较长甚至超出车组从进入到离开编组场的最大时间 β , 说明这两组车不可能同时出现在编组场内, 那么这两组车一定不能编组为一列车:

$$f_{ij} + f_{ik} \leq 1 \quad k > j \text{ 且 } t_k - t_j \geq \beta \quad (2.5)$$

3) 未来时段接续可能约束

在 24 小时 (即 1440 分钟内), 在编组场的车组必定都成为新编列车的一部分:

$$\sum_i f_{ij} \geq 1 \quad t_j + \beta \leq 1440 \quad (2.6)$$

4.4 模型建立

基于以上分析, 以 (2.1) 为目标, 以 (2.2) ~ (2.6) 为约束, 建立 0-1 规划模型:

$$\begin{aligned} & \text{Max} \quad \sum_i \sum_j f_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_j f_{ij} m_j \leq 70 & i=1,2,\dots,n & (2.2) \\ \sum_j f_{ij} w_j \leq 4800 & i=1,2,\dots,n & (2.3) \\ f_{ij} + f_{ik} \leq 1 & k > j \text{ 且 } t_k < t_j - \alpha & (2.4) \\ f_{ij} + f_{ik} \leq 1 & k > j \text{ 且 } t_k - t_j \geq \beta & (2.5) \\ \sum_i f_{ij} \geq 1 & t_j + \beta \leq 1440 & j=1,2,\dots,n & (2.6) \\ t_j \in E & j=1,2,\dots,n \\ f_{ij} \in \{0,1\} \end{cases} \end{aligned}$$

变量说明:

- f_{ij} —— 0-1 变量, 表示第 j 部分车节是否在第 i 列车上;
- m_j —— 第 j 组车辆的车节数;
- w_j —— 第 j 部分车节的重量;
- t_j —— 第 j 组车辆最晚到达编组场的时间;
- β —— 常数, 表示各车辆在编组场的最大等待时间;
- E —— 24 小时内每组车辆最晚到达编组场时间的集合;

4.5 模型求解

模型 II 通过四个方向分解, 变量属于中等规模, 在 MATLAB 软件中将变维的稀疏矩阵紧凑成一维向量, 导入 LINGO 求解, 求解相关参数(α, β)取值如下表, 其中上行 W(1)、W(2)、W(3)表示该方向变量多或者是车流不均匀, 难于求解, 采用分时段求解:

表 3: 模型求解参数表

	上行 E	上行 S	上行 W (1)	上行 W (2)	上行 W (3)	上行 N	下行 E (1)	下行 E (2)	下行 E (3)	下行 S (1)	下行 S (2)	下行 S (3)	下行 W (1)	下行 W (2)	下行 W (3)
α	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
β	550	500	180	200	180	200	200	250	300	250	250	300	200	300	500
决策变量数	936	553	1250	720	1170	3420	425	690	616	300	371	568	172	504	560
非 0 约束数	36439	14834	30981	16829	36699	232192	7176	10189	30712	3386	4727	12720	1259	10003	13629

4.5.1 简易顺排算法(编组股道安排)

用模型 II 求解后, 新列车的组成信息基本都已经确定了, 可是作为真正的可行编组方案, 我们还要考虑编组场股道的占用, 和新列车从编组场牵出到出发场的 5 分钟时间约束, 本文通过一下算法完成这两个要求。

算法步骤:

- Step1.**对新编列车按中时从小到大排序记录为有序集合 N;
- Step2.**对 N 内元素采用 4.5.2 节方法修改到达出发场时间顺序;
- Step3.**对集合 N 按照开编时间从小到大排序;
- Step4.**初始化二维 0 数组 G, 行数代表编组场股道数 (36), 列数为时间 (1440 分钟);
- Step5.**提取 N 中第一个元素记为 n, I=1;
- Step6.**若 I>36, 结束程序, 输出编组股道用尽;
- Step7.**若 n 元素的开编时间到编组完成所有时间 G(I,开编:解完)都为 0, 则 G(I, 开编:解完)=1; 否则 I=I+1, 转 Step6;
- Step8.**若 N 中元素为空, 则结束程序; 否则转 Step5。

4.5.2 编成时间计算

从编组场牵引一列车到出发场大约需要 5 分钟, 一般每列新车在编组完成之后即可牵到出发场。但仍存在编组完成时间相近列车, 可能出现冲突。通过以下分析解决。

令 a 表示某列新车编组完成时间, b 表示某列新车被牵引到出发场的时间, c 表示某列新车的

最后一个车组从到达场的到站时间至编组完成时间。

(1) 两列车同时完成编组 ($a_i = a_k$)

此时仅根据编组完成时间的大小无法确定牵引列车顺序,为达到中时尽量少的目的,再以 c_i 、 c_k 的大小为标准判断牵引顺序。

当 $c_i \geq c_k$ 时,应该先牵引第 i 列新车,在 5 分钟后紧接着牵引第 k 列新车,那么离开编组场的时间有 $b_k = b_i + 5$,且 $a_i = b_i$;

当 $c_i < c_k$ 时,优先发第 k 列新车,那么离开编组场的时间有 $b_k = b_i - 5$,且 $a_k = b_k$ 。

第 k 列新车离开编组场的时间表达式:
$$b_k = \begin{cases} a_i + 5 & c_i \geq c_k \\ a_i - 5 & c_i < c_k \end{cases}$$

(2) 两列新车的编组完成时间不超过 5 分钟 ($|a_i - a_k| \leq 5$)

在该种情况下,列车离开编组场的时间与两列车的间隔时间有关,列车按照新车的编组完成时间的先后顺序牵引。在后一列车到达出发时间时,前一列车还没有完全离开编组场,那么后一列车必须再等待 ($5 - |t_i - t_k|$) 分钟,然后才可牵引:

第 k 列新车离开编组场的时间表达式:
$$b_k = \begin{cases} a_i - (5 - |t_i - t_k|) & a_i > a_k \\ a_i + (5 - |t_i - t_k|) & a_i \leq a_k \end{cases}$$

(3) 两列新车的编组完成时间大于 5 分钟 ($|a_i - a_k| > 5$)

此时只需按照编组完成时间的先后牵引列车,列车离开编组场的时间 $b_k = a_k$ 。

4.5.3 列车编组时序图

通过执行 4.5.1 节简易顺排算法,得到的数组 G (仿真了各新车辆对股道的占用情况),根据 G 内的数据,画出新列车编组时序图,可以直观的观察列车编组道占用情况(横坐标表示时间,纵坐标代表股道;长方形的长度代表列车进入编组场后的停留时间):

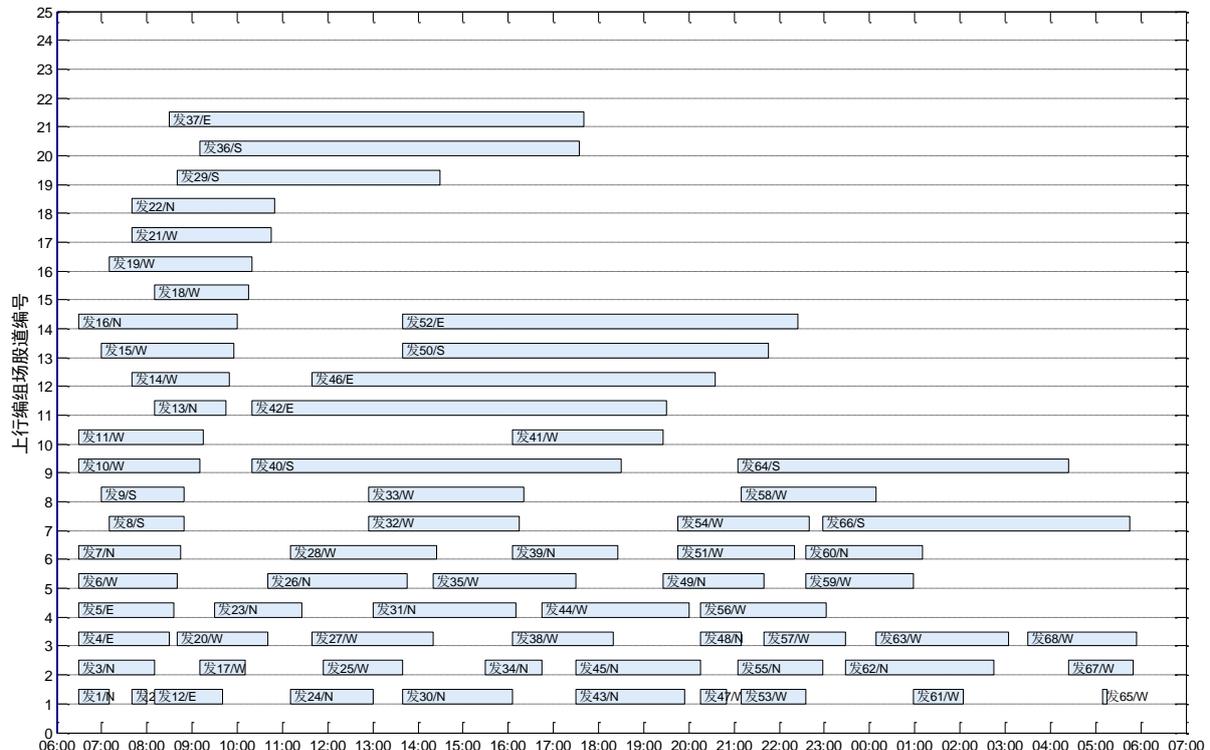


图 3: 上行线列车编组时序图

5 参考文献

- [1] 陈静, 编组站能力紧张的解决方案, 2008.9.28
- [2] 郑开煌, 货物列车编组作业自动化条件的探讨, <http://www.cqvip.com>, 2008.9.2
- [3] 师学斌, 编组站作业分析, 北京: 中国出版社, 1985
- [4] 胡思继, 铁路行车组织, 北京: 中国铁道出版社, 2003
- [5] 曹魁久, 孔庆铃, 货物列车编组计划, 北京: 中国铁道出版社, 1992
- [6] Miller John At Potter W alter D. et al. An Evaluation of Local Improvement Operator for Genetic Algorithms IEEE S. M. C. , 1993, 23(5), 1340-1350
- [7] Bazaraa M S, Shetty C M Nonlinear Programming Theory and Algorithms New York: John Wiley & Sons, 1979

0-1 Programming of Marshalling Station Dispatching Plan

Tang Zhi-gao, Xie bing, Yu lin

Advisor: Liang Xi-quan, Cao Hua-lin^[2]

([1] Department of Mathematical, Qingdao University of Science & Technology, Qingdao 266061)

([2] Department of Mechanical, Naval Aeronautical Engineering Academy, Qingdao 266041)

Abstract: Considering the problem of freight train formation, this paper adopts semi-separated two-stages of linear 0-1 programming model for combined solution of each stage. Besides, in allusion to local optimal solution, we express it by sequence diagram. First, according to the split of the non-resorting or shunting trains, the former can be used heuristic arrangement. As to the later, its sequence of pushing train stock to hump may be transformed into part matching case. We regard the max of total hump workloads and the min of waiting time as objective functions, then establish Model I. Trains' disintegration time is rising by disintegration direction number's increasing. However, it can't be confirmed under the condition of no concrete disintegration scheme. (That is the independence of Model I.) Through fuzzification of disintegration time in Model II, we deal with the defects of independences of Model I and Model II to reach continuous characteristic of two models' planning. Trains' new edition and decision variable are multidimensional structures. This paper transforms multi-dimensional sparse variables to one-dimensional series, which relieves the sparseness, then can get two-dimensional decision variable. Afterward, build planning Model II for direct solution. Secondly, we get the conclusion that the hump is the main bottleneck of railway marshalling. The method is establishing simulated data by simulation. In the end, we give out more detailed improvement measures for the scarcity of railway resources and the modeling of marshalling efficiency.

Keywords: 0-1 Linear Programming, Train Dispatching, Dispatching Scheduling Chart